Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România
Filiala Galaţi

Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”
str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”
ediţia a XV-a
Galaţi, 25 octombrie 2014

Clasa a IX-a

Problema 1.

a) Fie $X_5 = \{(x,y),\ unde\ \text{x,y} \in \mathbb{N}^*, x \le 5, y \le 5,\ x\ şi\ y\ sunt\ prime\ între\ ele\ şi\ x+y>5\}$

Calculaţi suma tuturor fracţiilor de forma $\frac{1}{x \cdot y}$, unde $(x,y) \in X_5$.

b) Fie $n \in \mathbb{N}^*$ şi $X_n = \{(x,y),\ unde\ \text{x,y} \in \mathbb{N}^*, x \le n, y \le n,\ x\ şi\ y\ sunt\ prime\ între\ ele\ şi\ x+y>n\}$

Calculaţi suma tuturor fracţiilor de forma $\frac{1}{x \cdot y}$, unde $(x,y) \in X_n$.

Problema 2.

Se consideră numerele reale pozitive $a_1, a_2, ..., a_n$. Să se demonstreze că

$$\sqrt{a_1^2+a_2^2}+\sqrt{a_2^2+a_3^2}+...+...+\sqrt{a_{n-1}^2+a_n^2}+\sqrt{a_n^2+a_1^2} \ge (a_1+a_2+...+a_n)\cdot\sqrt{2}.$$

Problema 3.

Fie paralelogramul ABCD şi punctul E exterior paralelogramului ABCD, astfel încât patrulaterul BCED este inscriptibil. Se consideră dreapta (d) care trece prin punctul A şi intersectează segmentul [BD] în A’, segmentul [CD] în F şi dreapta BC în G.

a) Dacă dreapta (d) este bisectoarea $\sphericalangle DAB$, B’ este mijlocul segmentului [AD] , dreptele AA’ şi BB’ se intersectează în K iar dreapta DK intersectează AB în D’, demonstraţi că $\Delta AA'D'$ este isoscel.

b) Dacă $[EF] \equiv [EG] \equiv [EC]$, demonstraţi că dreapta (d) este bisectoarea $\sphericalangle DAB$.

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.
Pentru fiecare subiect se acordă maximum 7 puncte.
Nu se acordă nici un punct din oficiu. Fiecare teză va fi evaluată cu un punctaj de la 0 la 21 puncte.
Timp de lucru : 2 ore 30 minute